

「関数的な見方・考え方」を働かせた理科授業の改善に関する一考察 －数学と理科の教科等横断的な視点から－

山 田 貴 之*・稲 田 佳 彦**・岡 崎 正 和**・小 林 辰 至***

(平成31年4月17日受付；令和元年12月2日受理)

要 旨

平成24年度全国学力学習状況調査【中学校】報告書において、数学と理科のいずれも「量の関係」に関わる理解に課題のあることが指摘された。一方で、平成29年告示の学習指導要領では、教科に固有の「見方・考え方」を働かせた深い学びの実現や教科等横断的な学習の充実が求められるようになった。このような教育の現代的な課題にこたえる数学や理科の授業を行うためには、2つの教科に共通する「見方・考え方」を明確にしておく必要があると考えた。

そこで、まず中央教育審議会の理科ワーキンググループで例示された「理科の見方・考え方」を上位として、その下位に探究の過程や学習内容に応じて、自在に「見方・考え方」を働かせて学習に取り組ませる指導を可能にするために、より細かな視点や考え方を設定し、「理科の見方・考え方」を二層構造で示した。次に、それらの中から2つの量の関係に関わる「見方・考え方」を抽出した後、それらと片桐重男が提案する「数学的な考え方」との整合性を検討し、数学と理科が共有できる「見方・考え方」として「関数的な見方・考え方」を設定した。さらに、中学校理科の密度、質量パーセント濃度、フックの法則、オームの法則等の学習は、数学と共有する「関数的な見方・考え方」を働かせて取り組ませることで教科等横断的な学習として行えることや、高等学校数学の微分や物理の力学の学習においても、「関数的な見方・考え方」を働かせられることを述べた。

KEY WORDS

Scientific Viewpoints and Ways of Thinking 理科の見方・考え方, Mathematical Thinking 数学的な考え方, Functional Viewpoints and Ways of Thinking 関数的な見方・考え方, Cross-Curriculum Learning 教科等横断的な学習, Curriculum Management カリキュラム・マネジメント

1 はじめに

平成24年度全国学力学習状況調査【中学校】報告書⁽¹⁾では、数学の課題として、「事象における2つの数量の関係には、一次関数として捉えられるものがあることの理解」が挙げられている。同報告書⁽²⁾の理科では、「量的な関係についての理解」が深まるよう、指導の改善を行う必要性が述べられている。これらのことから、数学も理科もともに「量の関係」に関わる理解に課題があるといえよう。

中学校学習指導要領（平成29年告示）解説総則編⁽³⁾では、資質・能力の育成に向けて、「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の取り組みを活性化させる必要性のあることが記された。また、深い学びの鍵として「見方・考え方」を働かせることが重要になることや教科等横断的な学習の充実についても記されている。

各教科等の「見方・考え方」は、『「どのような視点で物事を捉え、どのような考え方で思考していくのか」というその教科等ならではの物事を捉える視点や考え方である』⁽⁴⁾と記されているが、数学と理科はともに「量の関係」を扱うことから、2つの教科に共通の「見方・考え方」があると考えられる。数学と理科の教科等横断的な学習を通して、教科を学ぶ意義に気付かせたり、深い学びを実現したりして、数学と理科に共通する課題の解決を目指すには、2つの教科に共通する「見方・考え方」を明確にしておく必要があると考える。

そこで本報では、理科ワーキンググループが例示した「理科の見方・考え方」⁽⁵⁾と片桐重男が提案する「数学の考え」⁽⁶⁾とを対応させて、その整合性を検討し、2つの量の関係を見いだす際に働く、理科と数学に共通の「見方・考え方」を見いだすことを第1の目的とした。また、見いだした理科と数学に共通の「見方・考え方」が、中学校理科の「エネルギー」を柱とする領域、高等学校数学の微分及び物理の力学の具体的な学習場面でどのように働かせられるかについて検討することを第2の目的とした。

*自然・生活教育学系

**岡山大学大学院教育学研究科

***岡山理科大学

2 育成を目指す資質・能力の三つの柱と「見方・考え方」

平成26年11月に文部科学大臣から「初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について」中央教育審議会に諮問を行った。それを受けて、中央教育審議会は2年1か月に及ぶ審議を行い、平成28年12月21日に「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）⁽⁷⁾」を示した。中央教育審議会答申（以下、答申と表記）では、育成を目指す資質・能力の三つの柱が示された。1つ目は、「何を理解しているか、何ができるか（生きて働く「知識・技能」の習得）」である。2つ目は、「理解していること・できることをどう使うか（未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」の育成）」である。3つ目は、「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか（学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」の涵養）」である。これらの三つの柱は、各教科等において育む資質・能力、教科等を越えた全ての学習の基盤として育まれ活用される資質・能力、現代的な諸課題に対応して求められる資質・能力の全てに共通するものであるとされている。

その上で、各教科で育成を目指す資質・能力を一層明確化するため、今回の改訂では教科の本質に根ざした「見方・考え方」が、資質・能力を育成する「物事を捉える視点や考え方」として全教科を通して整理された。「見方・考え方」は、深い学びを授業のなかで具現化する鍵となるものである。

奈須正裕⁽⁸⁾は、「見方・考え方」について、『教科等において特徴的に認められる「見方・考え方」は、その教科等が主に扱う対象に対し、現状においてもっとも適合的なものが選択され、体系化されている。この対象適合的な「見方・考え方」を働かせて個別・具体的な対象にアプローチするからこそ、それに見合った思考力・判断力・表現力や学びに向かう力・人間性等が培われ、もちろん知識や技能も、この営みの結果として自ずと習得されていく』と述べている。このことを、答申では「教科等における学習は、知識・技能のみならず、それぞれの体系に応じた思考力・判断力・表現力等や学びに向かう力・人間性等を、それぞれの教科等の文脈に応じて、内容的に関連が深く子供たちの学習対象としやすい内容事項と関連付けながら育むという、重要な役割を有している⁽⁹⁾」と説明している。

「見方・考え方」について理科では、平成28年5月25日開催の中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会理科ワーキンググループ（第8回）⁽¹⁰⁾において、『「科学的な見方や考え方」と「理科の見方・考え方」についての整理』が示された（図1）。この資料では、「理科の見方・考え方」の例として、「質的・量的な関係」、「時間的・空間的な関係」、「原因と結果」、「部分と全体」、「多様性、共通性」、「定性と定量」、「比較、関係付け」の7つが示されている。平成28年12月21日に示された答申では、「理科の見方・考え方」について、「自然の事物・現象を、質的・量的な関係や時間的・空間的な関係などの科学的な視点で捉え、比較したり、関係付けたりするなどの科学的に探究する方法を用いて考えること（中学校の例）⁽¹¹⁾」と整理している。このまとめの文からは、「見方」は「質的・量的な関係」や「時間的・空間的な関係」等で、「考え方」は「比較」や「関係付け」等のことと読むことができるだろう。しかし、「見方」と「考え方」を厳密に定義して区別することは難しいことから、その相違や厳密な定義にこだわらずに、不毛の議論に足を踏み入れる懸念がある。大切なことは、資質・能力の育成に向けて、「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の取り組みを活性化させることである。このように考え、本報では「見方・考え方」をひとまとまりの用語として用いることにする。

3 階層的に捉えた「理科の見方・考え方」

中学校学習指導要領（平成29年告示）（以下、新学習指導要領と表記）の理科の目標は「自然の事物・現象に関わり、理科の見方・考え方を働かせ、見通しをもって観察、実験を行うことなどを通して、自然の事物・現象を科学的に探究するために必要な資質・能力を次のとおり育成することを目指す⁽¹²⁾」と記されている。従前の学習指導要領では「科学的な見方・考え方を育む」⁽¹³⁾ことが目標の一つに掲げられていたのに対して、新学習指導要領では、「見方・

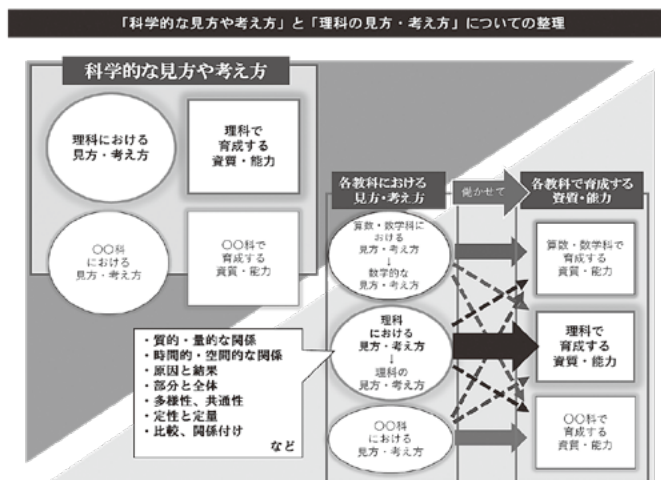


図1 中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会理科ワーキンググループ（第8回）において示された『「科学的な見方や考え方」と「理科の見方・考え方」についての整理』

考え方」は「見通しをもって観察、実験を行うことなど」の学習における、物事を捉える視点や考え方として捉えられるようになった。「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の取り組みの観点から見ると、「見方・考え方」が見通しをもって観察、実験を行うことなどの学習に取り組む際の、物事を捉える視点や考え方として捉えられるようになった意義は極めて大きいと考える。

理科ワーキンググループ（第8回）において例示された7つの「理科の見方・考え方」の中で、「比較」や「原因と結果」等は、生徒にも分かりやすく、学習場面で生徒に働かせられるよう指導することは、それほど困難ではないと考えられる。一方、「質的・量的な関係」等のように、やや概念的な表記となっている「見方・考え方」については、何と何の関係を質的・量的に見たり考えたりするのか等、その視点が分かりにくいと思われるものもある。いずれにしても、探究の過程や学習の内容に応じて、生徒が「見方・考え方」を自在に働かせられる指導が行えるようにするためには、例示された「見方・考え方」の下位に、もう少し細かな視点や考え方を設定し、「理科の見方・考え方」を階層的に捉えられるようにする必要があると考える。そこで、「質的・量的な関係」、「時間的・空間的な関係」、「原因と結果」、「部分と全体」、「多様性、共通性」、「定性と定量」、「比較、関係付け」のそれぞれを上位として、その下位にどのような「見方・考え方」が設定できるかについて、中学校理科の「エネルギー」、「粒子」、「生命」、「地球」を柱とする領域において取り上げられている観察、実験等や学習内容及び高等学校理科の物理（力学）の学習内容について検討することにした。以下、これら7つの「見方・考え方」をどのように捉え、その下位に設定したのかについて順に述べる（表1）。

「質的・量的な関係」については、事物・現象を科学的にかつ問題解決的に捉えるために、質的に捉えるのか、それとも量的に捉えることができるのかについて、見たり考えたりすることとして捉えた。事物・現象を質的に捉えるにせよ、量的に捉えるにせよ、理科の学習ではその関係性を因果関係で捉えるのが一般的であろう。事物・現象から問題を見いだす場面においては、「質的・量的な関係」や「原因と結果」等の「見方・考え方」を、ほぼ同時に働かせることになる。因果関係がありそうだと判断できれば、次は変化する従属変数を質的に捉えるのか、それとも量的に捉えられるのかについて、見たり考えたりすることになるだろう。そして、従属変数とそれに影響を及ぼす独立変数がともに、量的に捉えられると判断できれば、実験の結果からどのような関係が見いだせるかを、座標平面にグラフやベクトル等の幾何学的な図形として表したり、どのような文字の式で表したりできるのかについて考えることになる。また、グラフの傾きを求めたり、変化の割合（変化率）を算出したりする際には、従属変数と独立変数の数量的な関係を対応させて見たり考えたりする。さらに、「質的・量的な関係」をどのようなモデル（文字の式、記号、図形等の数学的モデルを含む）で説明できるかについて、見たり考えたりすることも必要である。以上のように考え、「質的・量的な関係」については、その下位の「見方・考え方」として「事物・現象を質的、量的のいずれで捉えられそうか」、「2つの変数の間に関係性がありそうか（質的な変数と質的な変数、質的な変数と量的な変数、量的な変数と量的な変数）」、「2つの量的な変数の関係を比や割合で捉えられそうか」、「2つの量的な変数を座標平面で可視化して関係性を捉えられそうか（散布図、グラフなど）」、「2つの量的な変数の関係は、どのような関数で表現できそうか」、「座標平面で分解したベクトルの量的な関係を、三角比でどのように捉えられそうか」、「質的・量的な関係はどのようなモデル（粒子、数式など）で説明できそうか」を設定した。

「時間的・空間的な関係」については、探究や学習の対象となる「エネルギー」、「粒子」、「生命」、「地球」の各領域の違いによって、扱う時間的・空間的なスケールが異なる。時間について見てみると、限りなく0に近い極限の時間から天文学的なスケールの時間までの幅がある。空間について見てみると、原子から銀河宇宙のスケールまでの幅がある。自然の事物・現象は三次元空間の中で、時間の経過に伴って変化していることから、事物・現象を時間的・空間的な関係として捉えることが大切である。また、生起する事物・現象を「時間的・空間的な関係」として、どのようなモデルで説明できるかについて、見たり考えたりすることも必要である。以上のように考え、「時間的・空間的な関係」については、「事物・現象は時間とともにどのように変化しているか」、「事物・現象の変化と時間の関係をどのように捉えられ（表現でき）そうか」、「事物・現象はどのような空間的、幾何学的な関係として捉えられそうか（月や惑星の見え方、凸レンズによってできる像の見え方など）」、「時間的・空間的に変化する事物・現象は、二次元の座標平面でどのように捉えられそうか」、「時間的・空間的に変化する事物・現象は、三次元の座標空間でどのように捉えられそうか」、「時間的・空間的に変化する事物・現象は、どのようなモデル（数学的モデルを含む）で説明できそうか」を設定した。ここでは、高校教育までで獲得すべき見方・考え方の範疇として、ニュートン力学の絶対空間と絶対時間を前提にしている。

「原因と結果」は、事物・現象から問題を見いだす場面において重要な「見方・考え方」である。事物・現象に因果関係が認められそうであれば、何が変化しているのか、そして何がその原因なのかについて考えるのが一般的であろう。因果関係が認められないと判断した場合には、条件の制御を伴う実験を行うことができないため、観察による

表1 「理科の見方・考え方」を階層的に捉えて設定した「見方・考え方」

質的・量的な関係 <ul style="list-style-type: none"> ・事物・現象を質的，量的のいずれで捉えられそうか ・2つの変数の間に関係性がありそうか（質的な変数と質的な変数，質的な変数と量的な変数，量的な変数と量的な変数） ・2つの量的な変数の関係を比や割合で捉えられそうか ・2つの量的な変数を座標平面で可視化して関係性を捉えられそうか（散布図，グラフなど） ・2つの量的な変数の関係は，どのような関数で表現できそうか ・座標平面で分解したベクトルの量的な関係を，三角比でどのように捉えられそうか ・質的・量的な関係はどのようなモデル（粒子，数式など）で説明できそうか，など
時間的・空間的な関係 <ul style="list-style-type: none"> ・事物・現象は時間とともにどのように変化しているか ・事物・現象の変化と時間の関係をどのように捉えられ（表現でき）そうか ・事物・現象はどのような空間的，幾何学的な関係として捉えられそうか（月や惑星の見え方，凸レンズによってできる像の見え方など） ・時間的・空間的に変化する事物・現象は，二次元の座標平面でどのように捉えられそうか ・時間的・空間的に変化する事物・現象は，三次元の座標空間でどのように捉えられそうか ・時間的・空間的に変化する事物・現象は，どのようなモデル（数学的モデルを含む）で説明できそうか，など
原因と結果 <ul style="list-style-type: none"> ・変化する事物・現象から，変化する量として何が同定できそうか ・事物・現象における変化（量）に影響を及ぼす要因（量）を見いだせそうか ・事物・現象における2つの量は因果関係として捉えることができそうか ・事物・現象の変化は，独立変数と従属変数の関係として，図・表・式・グラフ等を用いて捉えられそうか，など
部分と全体 <ul style="list-style-type: none"> ・一つのシステムとして機能している全体は，どのような機能をもった部分に分けられそうか ・一つのシステムとして機能している部分は，他の部分とどのように関わり合っているか ・一つのシステムとして捉えた事物・現象は，どのような部分同士のネットワークや階層性として捉えられそうか，など
多様性，共通性 <ul style="list-style-type: none"> ・事物・現象の形態的特徴・生態的特徴・物理的特徴・化学的特徴等として何が挙げられるか ・多様な事物・現象の特徴に共通性は見いだせそうか ・観察や実験等で得た結果や情報を帰納してどのような共通点が見いだせそうか，など
定性と定量 <ul style="list-style-type: none"> ・従属変数はどのようにすれば物理量として測定できるか ・物理量として測定できない従属変数は，どのようにすれば数量化できるか ・測定や数量化ができない従属変数の変化は，どのようにすれば定性的に調べられるか ・化学的性質など定性的な特徴やその変化は，どのようにすれば調べられるか，など
比較，関係付け <ul style="list-style-type: none"> ・事物・現象の比較，関係付け ・従属変数と独立変数の比較，関係付け ・形態的特徴や機能の比較，関係付け ・生態的特徴（成長の仕方・食性・生活様式・繁殖の仕方・生息環境など）の比較，関係付け ・物理的・化学的特徴（密度・融点・結晶など）の比較，関係付け ・定性的特徴（堅さ・柔らかさ・手触り・におい・色など）の比較，関係付け ・測定値や導出した変化の割合等の比較，関係付け ・定性的特徴（堅さ・柔らかさ・手触り・におい・色など）の比較，関係付け ・時間（同時刻・同時間，異なる時刻・異なる時間，時系列，同じ季節・異なる季節など）での比較，関係付け，など

問題解決を行うことになる。以上のように考え、「原因と結果」については、「変化する事物・現象から，変化する量として何が同定できそうか」，「事物・現象における変化（量）に影響を及ぼす要因（量）を見いだせそうか」，「事物・現象における2つの量は因果関係として捉えることができそうか」，「事物・現象の変化は，独立変数と従属変数の関係として，図・表・式・グラフ等を用いて捉えられそうか」を設定した。

「部分と全体」は，一つのシステムとして機能している生物の体，生態系，太陽系，機器等が，どのような部分で構成されていたり，それらがどのように有機的に関係し合っているかについて，見たり考えたりする際に働く「見方・考え方」として捉えることができる。以上のように考え、「部分と全体」については，「一つのシステムとして機能している全体は，どのような機能をもった部分に分けられそうか」，「一つのシステムとして機能している部分は，他の部分とどのように関わり合っているか」，「一つのシステムとして捉えた事物・現象は，どのような部分

同士のネットワークや階層性として捉えられそうか」を設定した。

「多様性、共通性」は、生物だけではなく物質等の事物・現象がもっている、形態的特徴・生態的特徴・物理的特徴・化学的特徴などを観察や実験で見だし、それらの多様性の中に共通性を見いだす際の「見方・考え方」であると捉えた。以上のように考え、「多様性、共通性」については、「事物・現象の形態的特徴・生態的特徴・物理的特徴・化学的特徴等として何が挙げられるか」、「多様な事物・現象の特徴に共通性は見いだせそうか」、「観察や実験等で得た結果や情報を帰納してどのような共通点が見いだせそうか」などを設定した。

「定性と定量」の「見方・考え方」は、問題を見いだしたり解決の方法を考えたりする際に、「質的・量的な関係」や「原因と結果」の「見方・考え方」と密接に関わりながら働くものと考えられる。科学的に問題解決に取り組む際にまず大切なことは、因果関係が認められそうかどうかを判断することであり、その際に「原因と結果」の「見方・考え方」が働く。それと同時に、その因果関係は質的な関係として捉えられるのか、それとも量的な関係として捉えられるのかを判断する「質的・量的な関係」が働く。また、因果関係から見いだした従属変数を定性的に捉えるのか、それとも定量的に捉えるのか、あるいは、実験条件として独立変数を定性的に変化させるのか定量的に変化させるかについて、「定性と定量」の「見方・考え方」を働かせることになろう。以上のように考え、「定性と定量」については、「従属変数はどのようにすれば物理量として測定できるか」、「物理量として測定できない従属変数は、どのようにすれば数量化できるか」、「測定や数量化ができない従属変数の変化は、どのようにすれば定性的に調べられるか」、「化学的性質など定性的な特徴やその変化は、どのようにすれば調べられるか」を設定した。

「比較、関係付け」の「見方・考え方」は、事物・現象を観察して問題を見いだす場面や、観察した結果や測定値などについて考察する場面で働く「見方・考え方」であると捉えた。事物・現象から問題を見いだす場面では、「事物・現象の比較、関係付け」と「従属変数と独立変数の比較、関係付け」を、観察した結果や測定値などについて考察する場面では、「形態的特徴や機能の比較、関係付け」、「生態的特徴（成長の仕方・食性・生活様式・繁殖の仕方・生息環境など）の比較、関係付け」、「物理的・化学的特徴（密度・融点・結晶など）の比較、関係付け」、「測定値や導出した変化の割合等の比較、関係付け」、「定性的特徴（堅さ・柔らかさ・手触り・におい・色など）の比較、関係付け」、「時間（同時刻・同時間、異なる時刻・異なる時間、時系列、同じ季節・異なる季節など）での比較、関係付け」を設定した。

以上のように、理科ワーキンググループが例示した「理科の見方・考え方」の「質的・量的な関係」、「時間的・空間的な関係」、「原因と結果」、「部分と全体」、「多様性、共通性」、「定性と定量」、「比較、関係付け」の7つのそれぞれを上位として、その下位により細かい視点や考え方を新たに設定して、「理科の見方・考え方」を二層構造で示すことができた。下位の「見方・考え方」は、探究の過程や学習内容に応じて、自在に使い分けて働かせられるよう配慮して設定していることから、授業改善の鍵として、より一層機能することが期待される。

4 数学と理科の教科等横断的な学習の要となる「見方・考え方」の検討

4.1 「数学的な見方・考え方」と「理科の見方・考え方」の説明で共通に用いられている用語

中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編⁽¹⁴⁾では、『「数学的な見方・考え方」のうち、「数学的な見方」は、「事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着眼してその特徴や本質を捉えること」であると考えられる。また、「数学的な考え方」は、「目的に応じて数、式、図、表、グラフ等を活用しつつ、論理的に考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能を関連付けながら、統合的・発展的に考えること」であると考えられる』と記されている。中学校学習指導要領（平成29年告示）解説理科編⁽¹⁵⁾では、「理科の見方・考え方」について、『「自然の事物・現象を、質的・量的な関係や時間的・空間的な関係などの科学的な視点で捉え、比較したり、関係付けたりするなどの科学的に探究する方法を用いて考えること」と整理することができる』と記されている。数学と理科の「見方・考え方」の説明において、共通に用いられている用語は「量」と「関係」であるが、特に「量」は、数学や理科ならではの教科の特徴を表す用語であろう。

学習内容の視点から見ると、理科においても「エネルギー」や「粒子」を柱とする領域等の学習では、数学と同様に「量」を扱う。また、実験においては従属変数と独立変数の量的な関係をグラフ化したり、関数として文字の式で表したりする。したがって、数学と理科に共通の「見方・考え方」は、「量」に関する学習がどのように扱われているかを検討することで見いだせるのではないかと考えられる。

4.2 算数・数学における「量」の扱い方

算数・数学における「量」の扱い方を概観するとともに、理科の「量」を扱う学習において働かせる「見方・考え方」を対比させて、数学と理科の教科等横断的な学習における要となる、共通の「見方・考え方」の検討を行うに当たり、算数・数学の領域において、「量」がどのように扱われるのかについて見ておくことにする。

小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編⁽¹⁶⁾では、小学校第1学年から第3学年までは、「A 数と計算」、「B 図形」、「C 測定」及び「D データの活用」の4つの領域で、第4学年から第6学年までは、「A 数と計算」、「B 図形」、「C 変化と関係」、「D データの活用」の4つの領域でそれぞれ構成されることが示されている。算数の4つの領域の学習を通して児童は、以下のように「量」を扱うことになっている。

「A 数と計算」では、「例えば、 $5 + \square = 8$ 、 $3 \times \triangle = 24$ のように、加法と減法、乗法と除法の関係を捉えるのに \square や \triangle を使ったり、例えば、（速さ） \times （時間）＝（道のり）というように、言葉の式を使って数量やその関係を表したり式の意味を読み取ったりする力」を身に付けている⁽¹⁷⁾。

「B 図形」では、第3学年までに「B 図形」の学習を通して、「図形として、三角形、四角形、正方形、長方形、直角三角形、二等辺三角形、正三角形、円、球について学習している。また、図形の構成要素として、直線、直角、頂点、辺、面、角、中心、半径、直径を学習している。また、長さの単位（mm, cm, m, km）、かさの単位（mL, dL, L）、重さの単位（g, kg）などについて理解するとともに、図形を構成したり、長さや重さなどを測定したりすることについての技能」を身に付けている⁽¹⁸⁾。

「C 変化と関係」では、「比例の関係の意味や性質について理解するとともに、伴って変わる二つの数量やそれらの関係に着目し、変化や対応の特徴を見いだして、二つの数量の関係を表や式、グラフを用いて考察する力」を身に付けている⁽¹⁹⁾。

中学校数学では、上述のような小学校算数で学習した力を基礎にして、さらに学びを深めていくことになるが、関数を指導する意義について、小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編では次のように述べている。「自然現象や社会現象などの考察においては、考察の対象とする事象の中にある対応関係や依存、因果などの関係に着目して、それらの諸関係を的確で簡潔な形で把握し表現することが有効である。中学校数学においても、いろいろな事象の中に潜む関係や法則を数理的に捉え、数学的に考察し表現できるようにすることをねらいとする。そのために、中学校数学では、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数関係を見いだし考察し表現する力を3年間にわたって徐々に高めていくことが大切である⁽²⁰⁾」と記している。

表2 理科における2つの「量」に関する学習において働く「理科の見方・考え方」

質的・量的な関係

- ・事物・現象を質的、量的のいずれで捉えられそうか
- ・2つの変数の間に関係性がありそうか（質的な変数と質的な変数、質的な変数と量的な変数、量的な変数と量的な変数）
- ・2つの量的な変数の関係を比や割合で捉えられそうか
- ・2つの量的な変数を座標平面で可視化して関係性を捉えられそうか（散布図、グラフなど）
- ・2つの量的な変数の関係は、どのような関数で表現できそうか
- ・座標平面で分解したベクトルの量的な関係を、三角比でどのように捉えられそうか

時間的・空間的な関係

- ・事物・現象は時間とともにどのように変化しているか
- ・事物・現象の変化と時間の関係をどのように捉えられ（表現でき）そうか
- ・時間的・空間的に変化する事物・現象は、二次元の座標平面でどのように捉えられそうか
- ・時間的・空間的に変化する事物・現象は、三次元の座標空間でどのように捉えられそうか

原因と結果

- ・変化する事物・現象から、変化する量として何が同定できそうか
- ・事物・現象における変化（量）に影響を及ぼす要因（量）を見いだせそうか
- ・事物・現象における2つの量は因果関係として捉えることができそうか
- ・事物・現象の変化は、独立変数と従属変数の関係として、図・表・式・グラフ等を用いて捉えられそうか

定性と定量

- ・従属変数はどのようにすれば物理量として測定できるか
- ・物理量として測定できない従属変数は、どのようにすれば数量化できるか
- ・測定や数量化できない従属変数の変化は、どのようにすれば定性的に調べられるか

比較、関係付け

- ・従属変数と独立変数の比較、関係付け
- ・測定値や導出した変化の割合等の比較、関係付け

4.3 理科における2つの「量」に関する学習において働く「見方・考え方」

中学校理科における2つの「量」に関する学習としては、「力の大きさとばねののびの関係」を調べる実験や、「回路に加わる電圧と流れる電流の関係」を調べる実験等が挙げられる。新学習指導要領では、実験による探究を通して自ら規則性や法則性を見いだして理解できるよう指導することが求められている。

探究活動における仮説を検証する実験は、見いだした問題から検証可能な仮説を設定することに始まる。実験結果の考察に当たっては、独立変数（変化させた条件）と従属変数（測定値）を表やグラフにまとめたり、比例定数を求めたりして、2つの量の関係を見いだし、文字の式（関数）として表現し、一般化する。このような、2つの「量」に関する、理科ならではの実験による探究の過程において働くと考えられる「見方・考え方」を、表1から抽出して

表2に示した。以下に、問題を見いだして実験を行い、得られた結果を考察して規則性や関係性を見いだすまでの過程において働くと考えられる、「見方・考え方」について述べる。

事物・現象を観察して問題を見だし、仮説を設定する段階では、「時間的、空間的な関係」の「見方・考え方」の「事物・現象は時間とともにどのように変化しているか」や、「原因と結果」の「見方・考え方」の「変化する事物・現象から、変化する量として何が同定できそうか」、「事物・現象における変化(量)に影響を及ぼす要因(量)を見いだせそうか」、「事物・現象における2つの量は因果関係として捉えることができそうか」等が働くと考えられる。また、「比較、関係付け」の「見方・考え方」の「従属変数と独立変数の比較、関係付け」を働かせることで、実験で検証可能な仮説の設定が可能になるものと考えられる。さらに、同定した従属変数の数量化については、「定性と定量」の「見方・考え方」の下位に設定した、「従属変数はどのようにすれば物理量として測定できるか」、「物理量として測定できない従属変数は、どのようにすれば数量化できるか」等が働くと考えられる。これらの「見方・考え方」を、小林・永益⁽²¹⁾が開発した4QS仮説設定シートを用いて仮説を設定する際の思考の過程に対応させると、図2のようになる。

実験の計画を立案する段階では、条件の制御や測定値を記入する表の作成等、2つの量の関係に着目することが大切であることから、「質的・量的な関係」の「見方・考え方」の「2つの量的な変数の関係を比や割合で捉えられそうか」、「2つの量的な変数を座標平面で可視化して関係性を捉えられそうか」や、「比較、関係付け」の「見方・考え方」の「測定値や導出した変化の割合等を比較、関係付け」等が働くと考えられる。

得られた実験結果を考察したり見いだした関係を一般化したりする

段階では、「質的・量的な関係」の「見方・考え方」の「2つの量的な変数の関係を比の値や割合で捉えられるか」、「2つの量的な変数を座標平面で可視化して関係性を捉えられそうか」等が、「比較、関係付け」の「見方・考え方」については、「測定値や導出した変化の割合等を比較、関係付け」等が働くと考えられる。

高等学校の物理(力学)については、斜方投射等の物体の運動の学習を例に挙げて、ここで働く「見方・考え方」について考えてみる。この単元で学ぶ自然の性質は、2次元(3次元)空間が2つ(3つ)の1次独立のベクトルで張られ、それに伴い、変位や速度や加速度がその方向に分解でき、運動の法則もその方向で独立に成立し、逆にその和で2次元(3次元)の変位や速度や加速度を再構成できることである。また、変位や速度の時間変化(変化率)から、変位と速度と加速度の関係も学ぶ。斜方投射の放物線の背景には、このような空間と時間が絡まった高度な見方・考え方があり、それを理解するために、「質的・量的な関係」の「見方・考え方」の「2つの量的な変数を座標平面で可視化して関係性を捉えられそうか」、「座標平面で分解したベクトルの量的な関係を、三角比でどのように捉えられそうか」や「時間的・空間的な関係」の「見方・考え方」の「事物・現象は時間とともにどのように変化しているか」、「事物・現象はどのような空間的、幾何学的な関係として捉えられそうか」、「時間的・空間的に変化する事物・現象は、二次元の座標平面でどのように捉えられそうか」等を働かせることで、理解が進むものと考えられる。

以上、理科ワーキンググループが「理科の見方・考え方」として例示した、7つの「見方・考え方」(「質的・量的な関係」、「時間的・空間的な関係」、「原因と結果」、「部分と全体」、「多様性、共通性」、「定性と定量」、「比較、関係付け」)の下位に設定した「見方・考え方」の中から、2つの量に関する学習において働くと考えられる「見方・考え方」を抽出して表2に示し、中学校については実験による探究の過程に沿って、どのような「見方・考え方」が働くと考えられるかについて述べた。また、高等学校については、力学の斜方投射を取り上げて、座学においても「理科の見方・考え方」を働かせられることを述べた。これらのことから、「理科の見方・考え方」の下位に設定した「見方・考え方」を学習の場面に応じて、生徒が自在に働かせられるよう指導できる可能性が示唆されたと考える。また、教師の発問や支援の場面において、生徒が適切に「理科の見方・考え方」を働かせられるようにするための、授

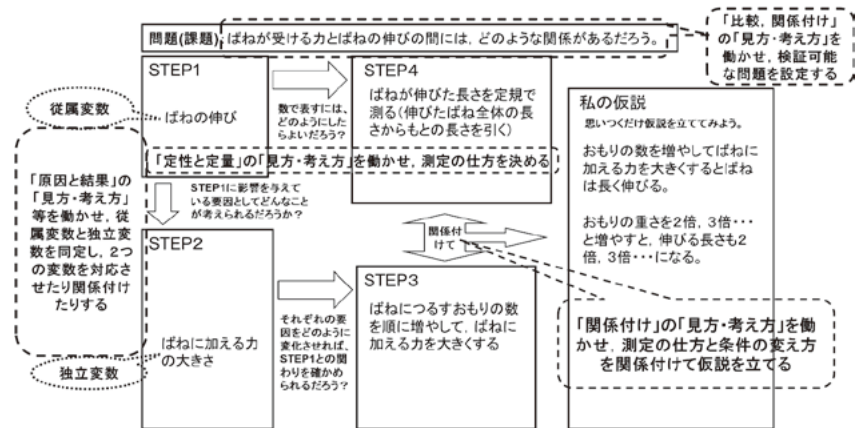


図2 小林辰至・永益泰彦が“The Four Question Strategy”を参考にして開発した4QS仮説設定シートで仮説を立てる際に働く「理科の見方・考え方」

業改善の鍵として機能することも示唆されたと考える。

4.4 片桐重男の「数学的な考え方」と「理科の見方・考え方」の下位に設定した「見方・考え方」との対応

片桐重男⁽²²⁾は、「数学的な考え方」として「数学の方法に関係した数学的な考え方」と「数学の内容に関係した数学的な考え方」を提案している（表3）。ここでは、片桐の提案する「数学的な考え方」と「理科の見方・考え方」の「質的・量的な関係」、「時間的・空間的な関係」、「原因と結果」、「定性と定量」、「比較、関係付け」の下位に設定した「見方・考え方」を対応させて、数学と理科に共通する「見方・考え方」を見いだすための検討を行うことにする。なお、片桐を引用する際は原典の通り「考え方」と表記する。また、新学習指導要領と関連付けて述べる際には「見方・考え方」と表記することにする。

表3 片桐重男の「数学の方法に関係した考え方」と「数学の内容に関係した考え方」

II 数学の方法に関係した数学的な考え方	
1	帰納的な考え方
2	類推的な考え方
3	演繹的な考え方
4	統合的な考え方（拡張的な考え方を含む）
5	発展的な考え方
6	抽象化の考え方（抽象化，具体化，条件の明確化の考え方）
7	単純化の考え方
8	一般化の考え方
9	特殊化の考え方
10	記号化の考え方
11	数量化，図形化の考え方
III 数学の内容に関係した数学的な考え方	
1	考察の対象の集まりや，それに入らないものを明確にしたり，その集まりに入るかどうかの条件を明確にする（集合の考え方）
2	構成要素（単位）の大きさや関係に着目する（単位の考え方）
3	表現の基本原理に基づいて考えようとする（表現の考え方）
4	ものや操作の意味を明らかにしたり，広げたり，それに基づいて考えようとする（操作の考え方）
5	操作の仕方を形式化しようとする（アルゴリズムの考え方）
6	ものや操作の方法を大づかみにとらえたり，その結果を用いようとする（概括的把握の考え方）
7	基本法則や性質に着目する（基本的性質の考え方）
8	何を決めれば何が決まるかということに着目したり，変数間の対応のルールを見付けたり，用いたりしようとする（関数の考え方）
9	事柄や関係を式に表したり，式をよもうとする（式についての考え方）

まず、数学について述べる。片桐は「数学の方法に関係した数学的な考え方」として、「1 帰納的な考え方」、「2 類推的な考え方」、「3 演繹的な考え方」等、11項目を挙げているが、「11 数量化，図形化の考え方」以外は、直接的に「量」と関わる「考え方」とは考えにくい。そこで、本報の目的が、数学と理科ならではの「量」についての共通の「見方・考え方」を見いだすことにあることから、「数学の方法に関係した数学的な考え方」については、「11 数量化，図形化の考え方」のみを検討の対象とした。「数学の内容に関係した数学的な考え方」については、「2 構成要素（単位）の大きさや関係に着目する（単位の考え方）」、「8 何を決めれば何が決まるかということに着目したり，変数間の対応のルールを見付けたり，用いたりしようとする（関数の考え方）」、「9 事柄や関係を式に表したり，式をよもうとする（式についての考え方）」が「量」と関わる「考え方」と考え、これらを検討の対象とした。

次に、理科について述べる。2つの「量」に関する学習において働くと考えられる「見方・考え方」は、上述した通り「質的・量的な関係」については、「事物・現象を質的，量的のいずれで捉えられそうか」、「2つの変数の間に関係性がありそうか」、「2つの量的な変数の関係を比や割合で捉えられそうか」、「2つの量的な変数を座標平面で可視化して関係性を捉えられそうか」、「2つの量的な変数の関係は，どのような関数で表現できそうか」等が、「時間的・空間的な関係」については、「事物・現象は時間とともにどのように変化しているか」、「事物・現象の変化と時間の関係をどのように捉えられ（表現でき）そうか」、「時間的・空間的に変化する事物・現象は，二次元の座標平面でどのように捉えられそうか」等が、「原因と結果」については、「変化する事物・現象から，変化する量として何が同定できそうか」、「事物・現象における変化（量）に影響を及ぼす要因（量）を見いだせそうか」、「事物・現象における2つの量は因果関係として捉えることができそうか」、「事物・現象の変化は，独立変数と従属変数の関係として，図・表・式・グラフ等を用いて捉えられそうか」が、「定性と定量」については、「従属変数はどのようにすれば物理量として測定できるか」、「物理量として測定できない従属変数は，どのようにすれば数量化できるか」、「測定や数量化ができない従属変数の変化は，どのようにすれば定性的に調べられるか」が、「比較，関係付け」については

「従属変数と独立変数の比較、関係付け」, 「測定値や導出した変化の割合等の比較、関係付け」が挙げられる。

これらの「理科の見方・考え方」を片桐の「数学の方法に関係した数学的な考え方」の「11 数量化, 図形化の考え方」に対応させると, 実験結果を座標平面にプロットして直線を引いたり曲線を引いたりすることや, 比例のグラフから比例定数を導出した際には, x 軸の独立変数の増加量に対する y 軸の従属変数の増加量の関係を直角三角形の底辺に対する高さの比の値 (変化の割合) として求めること等と捉えることができる。「数学の内容に関係した数学的な考え方」については, 「2 構成要素 (単位) の大きさや関係に着目する (単位の考え方)」, 「8 何を決めれば何が決まるかということに着目したり, 変数間の対応のルールを見付けたり, 用いたりしようとする (関数の考え方)」, 「9 事柄や関係を式に表したり, 式をよもうとする (式についての考え方)」が対応すると考えられる (図3)。

その理由は, 理科実験における作業仮説の設定において, 従属変数と独立変数の依存関係に着目したり, 実験結果を表 (関数表) にまとめて独立変数 x と従属変数 y を対応させて, その変化の特徴を見いだしたりすることが, 片桐の言う「関数の考え方」を働かせることそのものであると考えられるからである。また, グラフ化して変化の特徴を見いだす際には, 「単位の考え方」や「関数の考え方」等を働かせて, 独立変数と従属変数の単位に着目したり, 独立変数 x と従属変数 y を対応させて変化の割合を求めたりして, 一般化した式を導き出していると考えられるからである。

算数・数学において, 関数の基礎として位置付けられる比例の学習においても, 理科におけるフックの法則やオームの法則の学習においても, x 軸の変化量に対する y 軸の変化量を関係付けることが重要である。理科において, 2つの数量を関係づけて思考・判断・表現等を行うことができるのは, 「関数の考え方」を働かせているからである。つまり, 片桐の言う「関数の考え方」は, 理科においても重要な「見方・考え方」であり, 2つの教科を教科等横断的に関係付ける要となる「見方・考え方」であるといえる。結論的に述べるならば, 片桐の言う「関数の考え方」は, 「理科の見方・考え方」の「質的・量的な関係」の「見方・考え方」の下位に設定した「2つの量的な変数の関係を比の値や割合で捉えられるか」, 「2つの量的な変数の関係を比や割合で捉えられそうか」等や, 「原因と結果」の「見方・考え方」の下位に設定した「変化する事物・現象から, 変化する量として何が同定できそうか」, 「事物・現象における変化 (量) に影響を及ぼす要因 (量) を見いだせそうか」, 「事物・現象における2つの量は因果関係として捉えることができそうか」, 「事物・現象の変化は, 独立変数と従属変数の関係として, 図・表・式・グラフ等を用いて捉えられそうか」等と整合していると言える。また, 小学校指導書算数編⁽²³⁾の, 「1つの数量を調べようとするとき, それと関係の深い数量をとらえ, それらの数量との間に成り立つ関係を明らかにし, その関係を利用しようとする考えが, 関数の考えの基本的な考え方である」や, 中島健三⁽²⁴⁾が関数の考えとして述べている, 「変量の間の関係を表やグラフに表したり, 式に表したり, 式からよみとったりすること」等とも整合すると考えられる (35頁)。

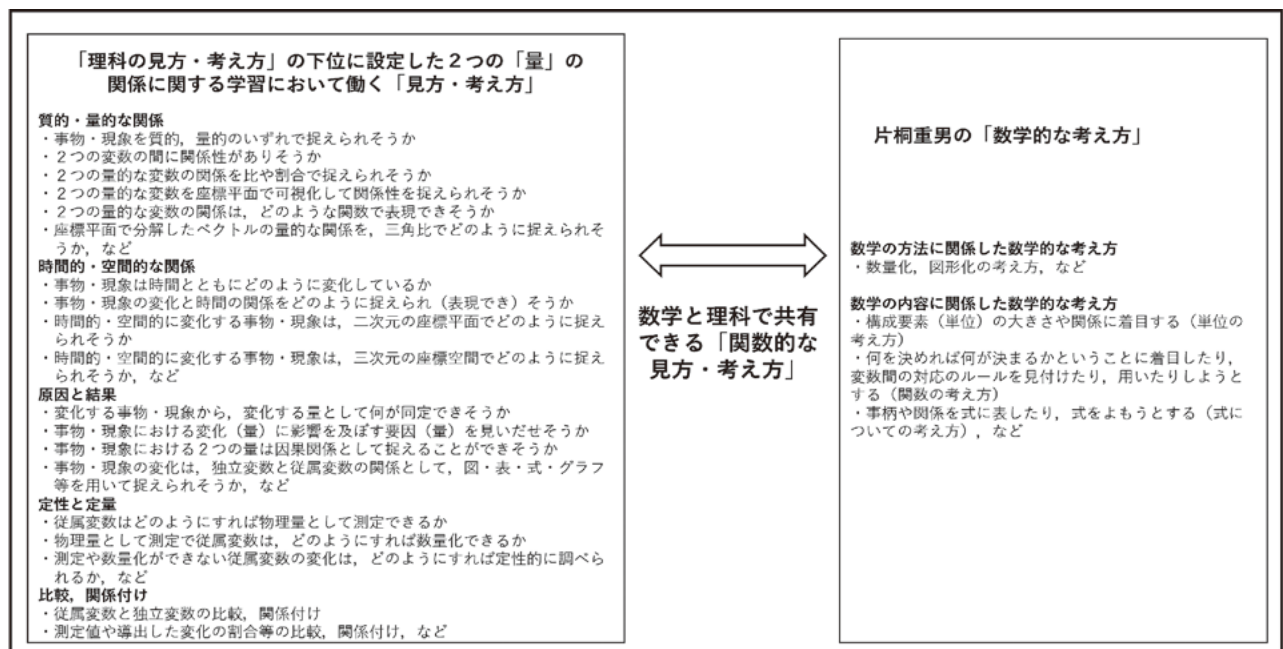


図3 「理科の見方・考え方」の下位に設定した2つの「量」の関係に関する学習において働く「見方・考え方」と片桐重男の「数学的な考え方」に対応させて設定した「関数的な見方・考え方」

そこで、数学と理科に共通の要となる「見方・考え方」として「関数的な見方・考え方」を位置付けることにする。なお、「関数の見方・考え方」ではなく「関数的な見方・考え方」と表記するのは、関数を用いて見たり考えたりすることに限定するのではなく、2つの変数の関係性を見いだす過程で働かせる、幅のある「見方・考え方」として捉えているためである。

「関数的な見方・考え方」を数学と理科に共通する要となる「見方・考え方」であることを了解できれば、その「見方・考え方」を要として、数学と理科で用いられる用語の違いや、そこから生ずる概念の微妙な違いを乗り越えて、資質・能力の育成を目指す理科と数学の教科等横断的な学習の計画や実施が効果的に行えるようになるものと考ええる。

5 算数・数学教育における関数的な見方・考え方について

算数・数学教育研究では、古くから「数学的な考え方」の研究が行われてきた。その萌芽は、算数・数学教育の目標としての実質陶冶と形式陶冶を総合しようとする中で生まれてきた⁽²⁵⁾。実質陶冶論に対しては、算数・数学の内容が時代とともに古びてくことや、すべての内容を指導することが無理であること、形式陶冶論については、心理学の進歩によって、一般的な思考能力の育成に疑問が生じたことから、「数学という実質的な内容に基づいた形式的な思考能力」に目が向けられた。昭和10年代には「数理思想」の育成が算数・数学教育の目標として策定され、その発想は戦後も引き継がれ、現在に至るまで、様々な研究者によって「数学を創り出す際に働く考え方」として研究がなされ、種々の議論とともにかなり精緻に捉えられるようになっていく。また、算数・数学教育では、学習指導要領における目標と評価の観点として長らく位置付けられ、数学的な考え方を育成する為の指導法が研究されてきている。

「関数的な見方・考え方」は、どの研究者も、数学的な考え方の中で重要な考え方に位置付ける。「関数的な見方・考え方」を数学教育の中で最初に重視したのは、20世紀の初めに起こった数学教育改造運動でのFlex Kleinであり、われわれを取り巻く現実的な世界を数学的に観察する能力を可能な限り発展させることを目指していた。明治から昭和初期にかけての数学教育者である小倉金之助はその精神に共鳴し、「数学教育の意義は科学的精神の開発にあり、そして、数学教育の教授内容の核心は函数観念の養成にある。・・・わたしはただ函数の観念が数学教育に必要なものであるというような、微温的なことを言うのではない。函数の観念こそ数学教育の核心である。函数の関係を徹底せしめてこそ、数学教育ははじめて有意義であることを主張するのである⁽²⁶⁾」とまで述べている。

ただし、今日、「関数的な見方・考え方」と言われるものは、数学的な意味での「関数」を用いる考え方というより、数学を創り出す際に働く重要な考えとして、数と式、図形、確率・統計を含めて、広く一般に用いられる考え方である。その発想の原点を、中島(1981)は次のように表現している。

ある事柄を知りたいとき、それを直接知ることができない。これと関係のある何かで知っていこうとする。

「新しく考察の対象としている未確定の、または複雑なことがら(これを y として)を、よくわかった、または、コントロールのしやすいことがら(x)をもとにして、簡単にとらえることができないか。このために、何を(変数 x)として用いたらよいか。また、そのとき、対応のきまり(法則) f はどんなになるか⁽²⁷⁾」

この発想をごく簡単に何か別の作業をしながら風呂の湯を入れる状況を例にして考えてみよう。風呂の湯がどれくらいたまるか(y (cm)あるいは y (L))は勿論気になるが、作業を止めたくない場合には、人間は時計(x (分))を見ようとする。そして、時間を考えることによって、風呂の湯の入り具合を予想しようとする。この場面では、実際に湯の量を見に行く手間を回避する為に、時間で予想するという、時間と湯の量を「関係付けて捉える発想」が生じている。ただし、時間を気にした挙げ句、風呂場に戻ってみると、お湯が湯船からこぼれていたというオチがつくことがしばしばあるかもしれない。時間と湯の量の対応関係 f をしっかりと捉えていないと、湯の量はコントロールできないのである。

一般に、「関数的な見方・考え方」は、数量や図形を取り扱う際に、それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考えと言われる。「関数的な見方・考え方」を働かせるプロセスは、まず、1) 依存関係に着目することから始まる。変数とは何か、ある数量を決めたときに他の数量は決まるか、一定の規則はありそうか。次に、2) 伴って変わる2つの数量の対応や変化の特徴を明らかにすることがなされる。数量の間の関係を表・グラフ・式で表したり、逆に式で表された関係から元の数量や変化の関係をよみとったりする。最後に、3) 関数関係を問題解決に活用し、関数的な見方・考え方のよさを知る。より効率的に作業を行えているか、問題場面の構造を簡潔・明瞭・的確に捉えられているか、処理するよさを感じられているかなどを確かめる。

「関数的な見方・考え方」を、より個別的に分けて考えれば次の6つが挙げられる⁽²⁸⁾。

ア. 集合の意識

(集合の考え)

- イ. 2つの数量の依存関係に着目する (関係づける考え)
- ウ. 数量を変化させて考える (変数の考え)
- エ. 「決めれば決まる」という考え (対応の考え)
- オ. 対応のきまりや変化の特徴を見つける (帰納的な考え)
- カ. 対応のきまりや変化の特徴を利用する (応用の考え)

こうした見方・考え方をうまく活用すれば、大量の紙の枚数を数えるのに、適当な数の紙をとって、その重さと枚数の比例関係を利用して数えたり、バネの強さを、おもりを使って比較したりすることが可能となる。算数の内容をこの関数の考えで見直せば、実に多くの学習の中でこの考え方を見いだすことができる。例えば、円周率は、円周の長さ(y)を、すぐに測れる直径(x)で表そうとした結果である。この考え方は、算数・数学に留まらず、科学一般に共有する重要な考え方でもある。

昭和33年以来、長らく算数の領域の一つとして位置付けられてきた「数量関係」領域は、内容領域というよりは、「数と計算、量と測定、図形の各領域の内容を理解したり、活用したりする際に用いられる数学的な考え方や手法を身に付ける」、「数量や図形について調べたり、表現したりする方法を身に付ける」、いわば方法知を育む領域として考えられてきた。その重要な指導内容の一つが関数の考えであった。

関数は何の為にあるか、という問いへの回答の一つは、「関数は予測のための道具である」ということであろう。もしも表の中に対応する2つの数量を最初から書き込んでいたり、グラフに最初から目盛りを入れたりしていたなら、児童・生徒の技能習得にはよいかもしれない。しかし、知りたい現象がずっと未来のことであれば、目盛りは小さくとり、直線を伸ばして未来予測する必要があるだろうし、微細な現象を探究したいのであれば、目盛りと目盛りの間に、知りたい何かがあるとして、目盛りの幅を考えなければならない。探究の必要感のもとに、考察の対象を的確に捉えるため、それと関連のある対象を選び、それらの間の関係をしっかりと見定めていこうという基本的な発想や考え方が、「関数的な見方・考え方」の本質である。

算数・数学教育においては、「関数的な見方・考え方」の本質を理解し、活用する力をつけることを主たる目的とするが、「関数的な見方・考え方」は算数・数学科の中だけで理解されるものではなく、とりわけ理科学習と密接な関わりの中で育まれるものだと考える。「関数は予測のための道具」であり、この視点から理科学習へ適用された時には、「関数的な見方・考え方」は理科の学習を支える重要な見方・考え方になりうると考える。一方で、様々な自然現象の本質や原理を捉えていく理科学習の中で、「関数的な見方・考え方」それ自体が現実感や真実性を身に纏うようになり、より確かな「関数的な見方・考え方」へと高まることが期待される。こうした算数・数学と理科との互恵的な関係を意識化し、教科等横断的な授業やカリキュラムをいかにして実現していくかが、次なる課題となる。

6 「関数的な見方・考え方」を働かせる理科の授業改善に向けて

6.1 数学と理科に共通の課題－2つの量の関係に関する理解－

平成24年度全国学力学習状況調査報告書⁽²⁹⁾では、数学の関数について、「具体的な事物・現象における2つの数量の関係には、一次関数として捉えられるものがあることの理解に課題がある」ことを指摘している。そして、指導改善のポイントとして、「具体的な事物・現象の中から2つの数量を取り出し、表やグラフを用いてそれらの変化や対応の様子を調べ、2つの数量の関係を式で表し、どのような関数であるかを判断する活動を一層重視することが大切である」と述べている。

同報告書⁽³⁰⁾の理科では、観察・実験における量的な関係についての指導の充実について、「量的に表すことができるものは何か(変数)、どんな関係がありそうか(独立変数と従属変数)などを考えさせる指導が大切である。観察・実験の結果から量的な関係を考察する場面では、測定結果を表にまとめることで規則性(変数の関係)が見えてくるものから、数的な処理をしてグラフにして初めて関係性が見えてくるもの、式で表すことができるものなど、様々な場合がある。はじめは、測定結果のまとめ方、グラフの作成の仕方などを丁寧に指導し、規則性に気付かせる。そして、生徒自身が考えながら結果を整理し、分析し解釈して関係性を導くなど、段階を踏まえた指導をすることが大切である。そのような指導の積み重ねにより、量的な関係についての理解が深まっていくものと考えられる」と記されている。

以上のように、平成24年度全国学力学習状況調査報告書では、数学と理科ともに「量の関係」に関する理解に課題があることが記され、それぞれ指導の改善や充実の必要性が述べられている。

6.2 数学と理科に共通する「関数的な見方・考え方」と内包量

算数・数学における一次関数の学習においても、また理科におけるフックの法則やオームの法則等、比例関係のある事物・現象の学習においても重要なのは、 x 軸の変化量に対する y 軸の変化量を「関数的な見方・考え方」を働かせて捉えることである。2つの量の関係に対応させて、商を求めると比の値が得られる。このような量を算数・数学教育では、内包量という。内包量は温度や速度のように、加え合わせても意味のない量である。それに対して、質量・長さ・体積などの同じ種類で加え合わせることでできる量を外延量という。内包量も外延量も、銀林浩⁽³¹⁾や遠山啓⁽³²⁾が算数・数学教育のために考案した量である。

内包量はintensive quantity、外延量はextensive quantityと英訳される。熱力学では、物質の量に依存しない状態変数を示強変数(intensive variable)、物質の量に比例するものを示量変数(extensive variable)、という⁽³³⁾。算数・数学教育で用いられる内包量、外延量は、熱力学で用いられる示強変数、示量変数と発想は似てはいるが、熱力学では変数として捉えており、算数・数学教育で用いられる用語の概念とは異なる。しかし、「関数的な見方・考え方」を数学と理科に共通する要となる「見方・考え方」と捉え、資質・能力の育成に向けて教科等横断的な視点で授業改善の方策を考察しようとする本報においては、内包量と示強変数、外延量と示量変数をそれぞれ同義語として捉えても、問題はないと考え、以後においては、理科の学習内容についても内包量という用語を用いて述べることにする。

6.3 中学校理科で取り上げられる内包量

算数・数学教育において内包量に分類される中学校理科の学習内容について述べる。第1学年で取り上げられる内包量は、「密度」、「質量パーセント濃度」、「ばねに加える力の大きさとばねの伸びを測定する実験(以下、フックの法則と表記)」、「圧力」である(表4)。

中学校学習指導要領解説理科編(平成20年9月)⁽³⁴⁾では、「密度」について「金属やプラスチックなどの様々な固体の物質の密度を測定する実験を行い、求めた密度から物質を区別できることに気付かせたり(以下、略)」と記されており、「密度」が物質に固有の特徴であることを理解させることを目的としている。このような学習指導要領を受けて、T社の教科書⁽³⁵⁾では、密度の定義とともに、密度を求める公式である物質の密度 $[\text{g}/\text{cm}^3] = \text{物質の質量}[\text{g}] / \text{物質の体積}[\text{cm}^3]$ を記した後、物質名の異なるプラスチックの密度を測定して、密度で物質を区別できることを見いだして理解できるよう構成されている。中学校学習指導要領解説理科編(平成20年9月)において、物質の密度について体積と質量の関数の関係として理解させるようになっていない理由は、次のように考えられる。中学校第1学年の生徒は、小学校算数で単位量当たりの大きさによる比べ方の学習を行っており、内包量の概念を確立していると考えられることから、密度の定義とそれを求める公式を与えれば、密度が物質に固有の特徴であることを理解できるはずである。したがって、いくつかの物質について、体積を変えて質量の測定を行い、体積に対する質量の比の値を求めて、内包量としての比例定数を創出するとともに、比例定数がグラフの傾きであることを見いださせて密度の概念の理解に至らせる必要性はない。このように考えて中学校学習指導要領解説理科編(平成20年9月)は作成されているように思われる。

「質量パーセント濃度」について中学校学習指導要領解説理科編(平成20年9月)⁽³⁶⁾では、「水溶液の濃さの表し方に質量パーセント濃度があることにも触れる」と述べられている。T社の教科書⁽³⁷⁾を見ると、「密度」と同様、質量パーセント濃度の定義と公式、質量パーセント $[\%] = \text{溶質の質量}[\text{g}] / \text{溶液の質量}[\text{g}] \times 100 = \text{溶質の質量}[\text{g}] / \text{溶質の質量}[\text{g}] + \text{溶媒の質量}[\text{g}] \times 100$ が記されている。

「フックの法則」について中学校学習指導要領解説理科編(平成20年9月)⁽³⁸⁾では、「ばねにおもりをつるして伸ばし、おもりの数と伸びが比例することを見いださせる」と記されている。T社の教科書⁽³⁹⁾では、力の大きさとばねののびの関係について実験を行い、得られた実験結果を表にまとめたり、グラフを作成して、ばねに加える力とばねののびの間には、比例の関係があることを見いださせて理解させたりするよう構成されている。作成したグラフは、原点を通る直線になることから、生徒は直感的に比例の関係を見いだすと思われるが、考察にあたって大切なことは、2倍、3倍と変化させればねに加える力に対するばねののびの比の値が一定であること、つまり変化の割合が一定であることに気付かせることである。

圧力について中学校学習指導要領解説理科編(平成20年9月)⁽⁴⁰⁾では、「圧力についての実験を行い、圧力は力の大きさと面積に関係があることを見いだす」と記されている。T社の教科書⁽⁴¹⁾を見ると、実験に関する記述の前に、圧力の定義と公式、圧力 $[\text{Pa}] = \text{面を垂直におす力}[\text{N}] / \text{力がはたらく面積}[\text{m}^2]$ が示されている。その後に、水の深さを変えて、透明なパイプに張ったうすいゴム膜のへこみ具合を調べる実験について記されている。

第2学年で取り上げられる主な内包量は、「金属線には電気抵抗があることを見いだす実験(以下、オームの法則と表記)」、「湿度」、「金属の質量を変えて酸化させる実験(以下、定比例の法則と表記)」である。

オームの法則の実験について中学校学習指導要領解説理科編（平成20年9月）⁽⁴²⁾では、「電熱線などの金属線を入れた回路で、金属線に加える電圧と流れる電流の大きさの関係を測定する実験を行い、測定値をグラフ化し、結果を分析して解釈させ、電圧と電流が比例関係にあることを見いださせる」と記されている。T社の教科書⁽⁴³⁾では、金属線に加える電圧と流れる電流の大きさの関係を測定する実験を行い、得られた実験結果を表にまとめたり、グラフを作成して、結果を分析して解釈させ、電圧と電流が比例関係にあることを見いださせて理解させたりするよう構成されている。

湿度について中学校学習指導要領解説理科編（平成20年9月）⁽⁴⁴⁾では、「気温による飽和水蒸気量の変化が湿度の変化や凝結にかかわりがあることを扱う。」と記されている。T社の教科書⁽⁴⁵⁾では、湿度の定義と公式、湿度〔%〕＝1 m³の空気に含まれる水蒸気の質量〔g/m³〕/その空気と同じ気温での飽和水蒸気量〔g/m³〕×100が示された後、空気の湿度が100%になると水蒸気が水滴に変わることを確かめる実験の内容が記載されている。

定比例の法則について中学校学習指導要領解説理科編（平成20年9月）⁽⁴⁶⁾では、「金属の質量を変えて酸化させる実験を行い、結果をグラフ化し、金属の質量と反応する酸素の質量との比を見いださせるようにする」と記されている。T社の教科書⁽⁴⁷⁾では、マグネシウムと銅の粉末の質量を変えて酸化させる実験を行い、測定した結果を表やグラフにして分析・解釈を行い、それぞれの金属の質量と反応する酸素の質量との比の値が一定していることを見いださせるよう構成されている。

第3学年で取り上げられる主な内包量は、「力と運動についての観察、実験」、「力学的エネルギーに関する実験」、「仕事率」である。「力と運動についての観察、実験」について中学校学習指導要領解説理科編（平成20年9月）⁽⁴⁸⁾では、「力学台車などを滑らかな水平面上で運動させ、力を水平に加え続けたときと力を加えないときの運動を比較する。それらの運動を、記録タイマーで記録したテープから単位時間当たりの移動距離を読み取らせ、結果を表やグラフを用いて考察させることを通して、「時間と速さ」の関係や「時間と移動距離」の関係の規則性を見いださせる。そして、物体に力を加え続けたときには、時間の経過に伴って物体の速さが変わることを理解させる。一方、物体に力が働かないときには、運動している物体は等速直線運動を続け、静止している物体は静止し続けようとする性質があること、すなわち、慣性の法則を理解させる。また、斜面に沿った台車の運動の様子を記録タイマーなどで記録させる。このとき、台車にかかる斜面に沿った力の大きさも測定させる。斜面の角度をいろいろと変化させて実験を行い、その結果を分析して解釈させ、斜面に沿った重力の分力が大きいほど速さの変わり方も大きいことを理解させる」と記されている。T社の教科書⁽⁴⁹⁾では2つの実験が掲載されている。1つは、水平でなめらかな台に置いた力学台車に付けた記録テープを引く速さを変えるなどの条件を変えて記録タイマーで運動を記録し、その結果を表にまとめたりグラフを作成したりして、記録テープで速さの変化を調べられることを理解させる構成になっている。もう1つは、斜面を下る台車の速さを、台車の角度を変えて調べ、0.1秒ごとの移動距離を記録したテープの実験結果を分析・解釈して、一定の力がはたらく物体の速さは、一定の割合で変化することを見いだして理解させるよう構成

表4 「関数的な見方・考え方」を働かせて学習する中学校理科の内容

学年	学習内容	学習指導要領解説編における内容の取り扱い	関数的な見方・考え方
第1学年	密度	密度から物質を区別できることに気付かせたり・・・	2つの量の割合を求める
	質量パーセント濃度	水溶液の濃さの表し方に質量パーセント濃度があることにも触れる	割合を求める
	フックの法則	おもりの数と伸びが比例することを見いださせる	2つの量の比の値を求める 変化の割合を求める
	圧力	圧力は力の大きさと面積に関係があることを見いだす	2つの量の比の値を求める
第2学年	オームの法則	電圧と電流が比例関係にあることを見いださせる	2つの量の比の値を求める 変化の割合を求める
	湿度	気温による飽和水蒸気量の変化が湿度の変化や凝結にかかわりがあることを扱う	割合を求める
	定比例の法則	金属の質量と反応する酸素の質量との比を見いださせるようにする	2つの量の比の値を求める 変化の割合を求める
第3学年	力と運動についての観察、実験	・「時間と速さ」の関係や「時間と移動距離」の関係の規則性を見いださせる ・物体に力を加え続けたときには、時間の経過に伴って物体の速さが変わることを理解させる ・斜面に沿った重力の分力が大きいほど速さの変わり方も大きいことを理解させる	2つの量の比の値を求める 変化の割合を求める
	力学的エネルギーに関する実験	高いところにある物体ほど、また、質量が大きいほど、大きなエネルギーをもっていることを理解させる	2つの量の比の値を求める 変化の割合を求める
	仕事率	単位時間当たりの仕事として仕事率を理解させる	2つの量の比の値を求める

されている。

「力学的エネルギーに関する実験」について中学校学習指導要領解説理科編（平成20年9月）⁽⁵⁰⁾では、「位置エネルギーについては、例えば、物体の高さや質量を変えて、斜面を下る物体の衝突実験を行い、高いところにある物体ほど、また、質量が大きいほど、大きなエネルギーをもっていることを理解させる。運動エネルギーについては、例えば、水平面上を動く物体の衝突実験を行い、物体の質量が大きいほど、速さが速いほど、大きなエネルギーをもっていることを理解させる」と記している。T社の教科書⁽⁵¹⁾では、質量の異なる3つの小球をいろいろな高さから転がし、木片に衝突させたときにする仕事の大きさを調べる実験を行い、小球の位置が高いほど、また、質量が大きいほど、木片に対してした仕事大きいことを見いださせて理解させる構成になっている。

「仕事率」について中学校学習指導要領解説理科編（平成20年9月）⁽⁵²⁾では、「仕事に関する実験を行い、日常の体験などとも関連させながら力学的な仕事を定義し、単位時間当たりの仕事として仕事率を理解させる」と記している。T社の教科書⁽⁵³⁾では、ペットボトルのキャップ1個を指ではじいて、10個並べたペットボトルのキャップが何個動くかについて、速さとキャップが動いた個数との関係を調べる実験及び質量の異なる3つの小球をいろいろな高さから転がし、木片に衝突させたときにする仕事の大きさを調べる実験を踏まえて、仕事率 $[W] = \text{仕事}[J] / \text{かかった時間}[S]$ と定義している。

6.4 内包量である比例定数を創出する学習の意義—微分係数（変化率）の理解の基礎として—

中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編⁽⁵⁴⁾では、「関数」指導の意義に関する記述の中で、「伴って変わる二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例、一次関数、関数 $y=ax^2$ を文字を用いた式によって表し、グラフの特徴や変化の割合などの関数の性質を理解する」と記している。「変化の割合」の理解は、理科においても極めて重要であることから、数学と理科とで共有できる要となる概念であると考えられる。

銀林浩⁽⁵⁵⁾は「中学校における関数の指導は、小学校における量の学習を土台にして、量の変化を解析することであるが、このとき、量と働きをいかに統一するかが課題になる。例えば、小学校で学習した直接的内包量から正比例関数を仲立ちとして、その比例定数としての新しい内包量を創出するという過程が、中学校での関数の指導の第一歩になる」と述べている。銀林が「解析」という用語を用いて、「比例定数としての新しい内包量を創出する」ことの重要性を述べているのは、内包量としての比例定数が高等学校数学で学習する解析学の一分野である微積分の基礎となることによるものと考えられる。内包量としての比例定数は、2つの外延量の比の値である。比の値を求める際に働く「見方・考え方」は、大きく捉えたと量に対する「比較」の「見方・考え方」であり、その下位に量に対する「関数的な見方・考え方」を位置付けて捉えることができよう。量に対する「関数的な見方・考え方」を働かせて、2つの外延量の一方の変化に対するもう一方の外延量について、比の値が一定であることを、見いださせて理解させることで、「変化の割合」の概念が習得できると考えられる。また、「変化の割合」と「グラフの傾き」と「比例定数」が同一の意味をもつことを理解させることができると考えられる。「変化の割合」の概念は、高等学校数学で学習する平均変化率（関数 $y=f(x)$ における、 x の値の a から b への変化に対する x の増分 $\Delta x=b-a$ と y の増分 $\Delta y=f(b)-f(a)$ の比、 $\Delta y/\Delta x$ ）や、微分係数（関数 $y=f(x)$ のグラフ上の点A($a, f(a)$)における接線の傾き）の学習の基礎となる（図4）。さらに、微分を中心となる概念である微分係数（変化率）へと学習が深まっていくと考えられる。

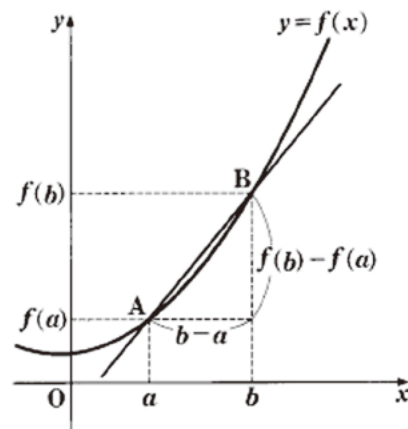


図4 関数 $f(x)$ における x の変化量に対する y の変化量（平均変化率）を説明した高等学校数学の教科書の図（新版数学Ⅱ，実教出版，2007より転載）

6.5 数学と理科に共通の「関数的な見方・考え方」を働かせる理科授業の改善

1) 「関数的な見方・考え方」を働かせた実験を通して法則等を見だし理解する過程

小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編では、「伴って変わる二つの数量の変化や対応の特徴を考察すること」について次のように記している。「第5学年では、日常の事象について、図や式を用いて、基準量、比較量などの数量の関係を明瞭、的確に表したり、表現されたものから、これらの数量の関係を適切に読み取ったりして、数量の関係どうしを比べていく。また、異種の二つの量の割合として捉えられる数量の関係を、目的に応じて、一方の量の大きさを揃えて他方の量で比べる。第6学年では、比の値や比の相等、等しい比をつくることの指導を通して、

図や式を用いて、比を表現し、表現された図や式から、数量の関係を読み取って比べることができるようにする。また、表した二つの数量の間にある比例関係を使って、数量の関係を比べたり、知りたい数量の大きさを求めたりする⁽⁵⁶⁾。」

中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編では、関数の指導の意義について、「自然現象や社会現象などの考察においては、考察の対象とする事象の中にある対応関係や依存、因果などの関係に着目して、それらの諸関係を的確で簡潔な形で把握し表現することが有効である⁽⁵⁷⁾。」と述べている。さらに、「二つの数量の関係を表に表し、その表を基に変化の様子を調べ、対応のきまりを見いだし、それを式で表現する。また、式を基に表を作って変化の様子を調べたり、式から変化の割合を求めたりする」と記されている⁽⁵⁸⁾。

中学校理科のエネルギー領域の学習における、2つの量の関係の捉え方には、算数や数学の学習指導要領解説編で述べられていることと共通点がある。理科の学習で取り上げられる物理学的な事物・現象は、一般的に因果関係を前提とすることが可能であり、従属変数と独立変数の関係について調べた実験結果を表やグラフにまとめ、規則性や法則性を見いだしたり、その関係を関数として文字を用いた式で表したりして考察を行う。

「見方・考え方」は、各教科等の特質に応じた物事を捉える視点や考え方とされていることから、文字どおり解釈すれば「数学的な見方・考え方」と「理科の見方・考え方」は、それぞれ数学と理科の学習において独立して働かせるものと捉えられる。一方、新学習指導要領では、各教科等の教育の内容を、教科等横断的な視点をもちつつ、学年相互の関連を図りながら組織することが求められている⁽⁵⁹⁾。「量の関係」に関する理解を数学と理科の共通の課題として捉え、教科等横断的な視点でその解決や「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善に取り組めるようにするためには、2つの教科の要となる「見方・考え方」を明確にしておく必要がある。そのように考え設定したのが、前述の「関数的な見方・考え方」である。

算数・数学では、自然の事象や社会的事象を数理的に捉え考察するにあたって、「関数的な考え」が中核な働きをすること等について議論されてきた歴史がある。それに対して、理科においては、「関数的な考え」の重要性について深く議論されることはなかったように思われる。それは、「関数的な考え」は、算数・数学の問題であるとか、「科学的な見方・考え方」に包含される自明のことと解釈されて来たことによるのではないだろうか。本報において、「理科の見方・考え方」を二層構造で捉え、詳細に示したことにより、算数・数学で身に付けた「関数的な見方・考え方」を理科においても働かせる学習内容や場面のあることが説明できるようになったと考える。

理科において「関数的な見方・考え方」を働かせ、科学的な探究を通して科学的概念を習得したり、法則を見いだしたりする際の思考の過程は、図5のように示すことができる。因果関係のある物理学的事象について、問題を見いだしたり、数量として得られる実験結果の分析の仕方を見通したりする場面において、「質的・量的関係」の下位に設定した、「2つの変数の間に関係性がありそうか」、「2つの量的な変数の関係を比や割合で捉えられそうか」等や「比較、関係付け」の「従属変数と独立変数の比較、関係付け」、「測定値や導出した変化の割合等の比較、関係付け」等の数学と共有できる「関数的な見方・考え方」を働かせられるよう指導することで、保存が難しいとされる内包量や法則を生徒が自ら見いだして理解できるようになるなど、深い学びの実現につながるものと考えられる。

2) 中学校理科の「エネルギー」を柱とする領域の指導改善に関する提案—第1学年における「密度」の学習を例に—

中学校第1学年で学習する単元の一つに密度がある。中学校学習指導要領解説理科編（平成20年9月）では、「金属やプラスチックなどの様々な固体の物質の密度を測定する実験を行い、求めた密度から物質を区別できることに気付かせる⁽⁶⁰⁾」ことが、学習活動の例として記されている。しかしながら、これに準拠したT社の教科書⁽⁶¹⁾の密度に関する記述を見ると、密度を求める実験は記載されておらず、定義「一定体積あたりの質量をその物質の密度といい、普通1cm³あたりの質量で表す。」に関する記述とともに、式「物質の密度（g/cm³）＝物質の質量（g）／物質の体積（cm³）」が示されているだけである。つまり、平成20年告示の学習指導要領における密度の学習は、密度の定義と式（公式）の理解に留まっている。このことは、極論すると密度は物質に固有の物理的特性であることを理解し、公式を暗記して計算問題が解ければよいということになる。

理科で扱われる物質の密度は、算数・数学で用いられる「連続量/連続量」という内包量の基本的な形態をとり、その教授が難しいことが従来から指摘されている⁽⁶²⁾。小学校第6学年を対象に、物質密度に関する理解度を調査した麻柄⁽⁶³⁾は、「体積（土台量）が大きいほど、密度（内包量）は大きくなる」という誤った認識をしている児童が多いことを報告している。併せて、「全体量・土台量の多少（大小）に関係なく、当該内包量は一定である」という、「内包量の保存」に関する理解が困難であることも明らかにされている⁽⁶⁴⁻⁶⁶⁾。

内包量は、密度などの学習だけではなく、関数の基礎となる比例の学習においても重要な概念である。2つの量の関係が比例の関係にあることは、1つの量の変化に対するもう1つの量の変化の割合が一定であることを比例定数と

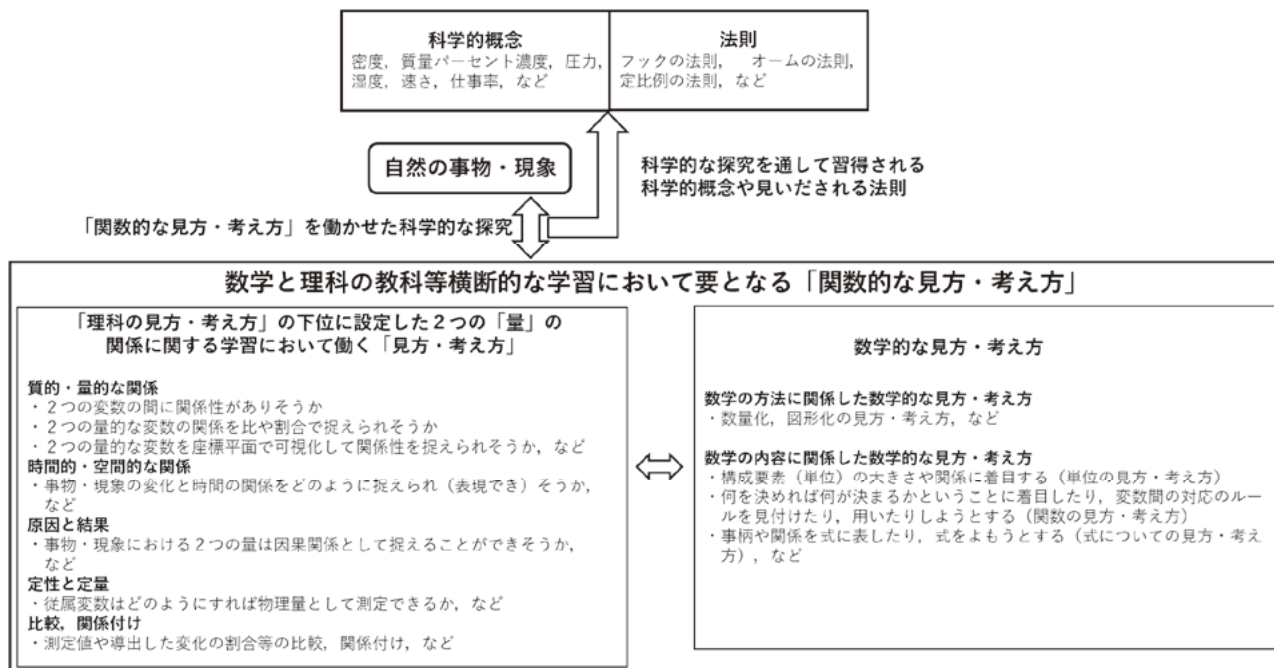


図5 「関数的な見方・考え方」を働かせた科学的な探究を通して科学的な概念や法則を理解する思考の過程

して導出して見いだすことになる。このようにして導出される比例定数は内包量である。つまり、内包量の概念が形成されていれば、直ちに比例関係が考えられという単純な話でもない。内包量の概念が形成されていれば、割合の3用法を活用することで計算問題は解決できるので、関数を考える必要性はなくなるともいえる。学習の指導に当たって大切なことは、2つの量の関係について、内包量としての比例定数を導出させて、比例の関係にあることを見いださせて理解させることである。

中学校学習指導要領解説理科編（平成20年9月）における密度の扱いは、物質に固有の物理的特性であり、密度を知ることによって物質を見分けることができることを理解させる学習となっている。中学校理科の学習では、フックの法則やオームの法則など、2つの量の間に比例関係のある事象がいくつかあるが、いずれも生徒に理解させることが難しいとされている。このような、課題を解決するための授業改善の一つの方策として、複数の金属などについて、体積を2倍、3倍に変化させたときの質量を測定させ、その結果を表やグラフにまとめ、体積に対する質量の比が一定であることを見いださせるとともに、比の値がグラフの傾きと比例定数であることを見いださせて理解させることが考えられる（図6）。密度の学習は、一般的に中学校第1学年の7月頃に行われる。密度の学習を中学校理科における「関数的な見方・考え方」を働かせる最初の学習として位置付けるとともに、その後に行う第1学年のフックの法則、第2学年のオームの法則、第3学年の物体の運動などの学習の基礎として位置付けることができる。そして、それぞれ異なる事物・現象についての法則であっても、「関数的な見方・考え方」を働かせることで、2つの量の間の法則性を見いださせて、理解させることができるのではないかと考える。

中学校における数学と理科に共通する課題を解決するためには、3年間の見通しをもったカリキュラム・マネジメントの視点から、「見方・考え方」を効果的に働かせる授業改善の取り組みが重要であるといえるだろう。

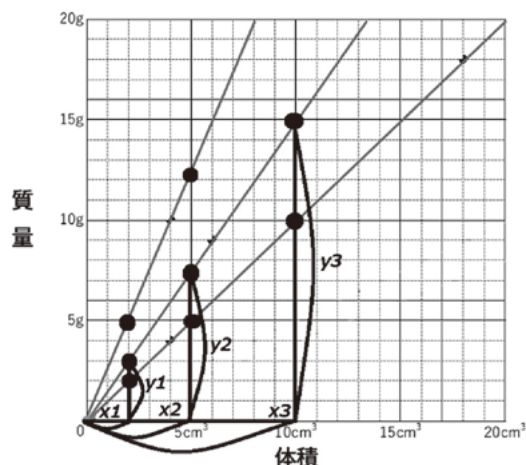


図6 体積に対する質量の比の値がグラフの傾きと比例定数であることを見いださせるための図形化

3) 比例関係を要とした数学と理科の教科等横断的な学習

中学校学習指導要領（平成29年告示）解説総説編では、カリキュラム・マネジメントの推進について、『教科等の目標と内容を見通し、特に学習の基盤となる資質・能力（言語能力、情報活用能力（情報モラルを含む。以下同

じ。), 問題発見・解決能力等) や現代的な諸課題に対応して求められる資質・能力の育成のためには, 教科等横断的な学習を充実することや, 「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善を, 単元や題材など内容や時間のまとまりを見通して行うことが求められる⁽⁶⁷⁾』と述べている。また, カリキュラム・マネジメントを3つの側面で整理し, 1つ目に「生徒や学校, 地域の実態を適切に把握し, 教育の目的や目標の実現に必要な教育の内容等を教科等横断的な視点で組み立てていくこと」⁽⁶⁸⁾を挙げている。

ここでは, 中学校第1学年の数学の比例の学習を要として, 理科で扱われる比例関係の法則や内包量の学習にどのように関連付けられるのかについて, 総則編で示された教育の内容等を教科等横断的な視点で組み立てていくという, カリキュラム・マネジメントの1つ目の側面から述べる。

第1学年で取り上げられる内包量や比例関係のある学習内容は, 密度, 音の伝わる速さ, フックの法則, 圧力である。第2学年では, 定比例の法則, オームの法則, 湿度が取り上げられる。第3学年では, 平均の速さ, 仕事率が取り上げられる。これらの各学年の学習内容について, 実施時期も含めて整理すると図7のようになる。7月頃に行われる密度の学習については, 上述したように金属の体積を変えて質量を測定し, 2つの量の関係について対応させて比の値を求めたり, グラフ化させたりして, 内包量の一つとしての密度の概念を確実に理解させるとともに, その比の値がグラフの傾きであり比例定数であることを見いださせて理解させることが大切であると考え。そして, 理科における具体的な操作を伴った密度の学習を受けて, 10月に行われる比例の学習につなげるのである。数学の学習においては, 1つの量が2倍, 3倍に増えると, それに伴ってもう1つの量が2倍, 3倍に増えるということだけではなく, 変化の割合が一定であることを見いだして理解するよう指導するのである。この変化の割合の概念を, 第1学年のフックの法則の実験の考察において活用できるよう指導することで, 数学と理科の学習が教科等横断的に関係付けられ, 学ぶ意義を見いだしたり深い学びになったりするのではないかと考えられる。数学で学んだ変化の割合の概念を活用する場面は, 第2学年の5月に学習する定比例の法則の実験や11月に学習するオームの法則の実験がある。さらに, 第3学年の5月に学習する斜面を下る台車の速さの変化を調べる実験などの学習においても, 変化の割合の概念を活用する場面がある。

以上のように, 中学校理科では, まず第1学年の密度の学習において, 2つの量の関係を「関数的な見方・考え方」を働かせて, 比の値が一定であることを具体的な操作を通して理解させることが大切である。そして, それを踏まえて, 数学の比例の学習において, 比例関係のある2つの量の変化の割合が一定であることを理科との教科等横断的な学習として取り組ませるのである。つまり, 2つの量の関係に対応させて導出した変化の割合が一定であることを根拠として, 比例の関係を見いだして理解できるように指導するのである。このような, 教科等横断的な学習を通して, 深い学びが実現できるものと考え。

学年	月	4	5	6	7	9	10	11	12	1	2	3
第3学年			【理科】斜面を下る台車の速さを調べる実験等(変数, 仮説, 関数表, グラフ化, 比の値, 変化の割合, 内包量)	【理科】仕事率(内包量)								
第2学年			【理科】定比例の法則の実験(変数, 仮説, 関数表, グラフ化, 比の値, 変化の割合, 内包量)					【理科】オームの法則の実験(変数, 仮説, 関数表, グラフ化, 比の値, 変化の割合, 内包量)		【理科】湿度(内包量)		
第1学年					【理科】密度の測定(変数, 仮説, 関数表, グラフ化, 比の値, 変化の割合, 内包量)		【数学】比例の学習(関数, 対応, 比の値, グラフの傾き, 変化の割合)			【理科】音の伝わる速さ(変数, 内包量)	【理科】フックの法則の実験(変数, 仮説, 関数表, グラフ化, 比の値, 変化の割合, 内包量)	【理科】圧力(変数, 仮説, 関数表, グラフ化, 比の値, 変化の割合, 内包量等)

図7 中学校の3年間を見通した数学の比例の学習と密接に関連する理科の学習内容とそのキーワード

7 高等学校物理の力学の学習で働かせる「関数的な見方・考え方」

高等学校物理の教科書は、力学から始まる。K社の教科書⁽⁶⁹⁾の記述内容を引用しながら、その学習において働かせる「関数的な見方・考え方」の視点から、詳細な検討を加えてみる。

図8は、第1章「物体の運動と釣り合い」の「第1節 平面内の運動」における、速度に関する説明であり、最も基礎的な内容の一つである。この学習において重要な概念の一つは、ベクトルである。ベクトルは、空間における大きさと方向を持った量であり、物体の位置は位置ベクトルで表す。もう一つは、平均の速度である。平均の速度は、単位時間あたりの位置ベクトルの変化（単位時間あたりの変位）であり、内包量である。図8では、時刻を示す時計マークで時間変化を表現することで、2次元の位置と時刻を同時に表現して平均の速度ベクトルを図示している。変位ベクトルを位置ベクトルの空間的、幾何学的な関係として捉える力が必要とされる。

次に、同じ章の第2節「放物運動」の斜方投射について見てみる。図8と同様に、図9でも斜方投射の軌道を位置ベクトルの軌跡として座標平面に表し、時計マークで時刻を表現しているが、ここでは、点Oや点Pでの瞬間の速度がベクトルで図示されている。各地点での速度が、 x 方向と y 方向で独立に運動の法則に則った速度として示されており、その和が速度ベクトルになることを示している。さらに、重力が存在する y 方向にのみ速度変化（加速度）が生じ、それが初速度 v_0 と v の差を生むことを示している。この図を理解するためには、2次元空間は1次独立の2つのベクトルで張られ、それに伴い、変位や速度や加速度がその方向に分解でき、運動の法則もその方向で独立に成立し、逆にその和で2次元の変位や速度や加速度を再構成できることを理解しなければならない。この捉え方は、空間と時間が絡まった、生徒にとってハードルが高い見方・考え方だと思われる。そして、この理解の前段階として、中学校理科でも扱う、縦軸が変位 x や速度 v や加速度 a 、横軸が時刻 t のグラフの理解が大切になる。このグラフは時間変化（変化率）を示すものであり、力がはたらくかはたらかないかで時間との量の関係性を捉えることができる。

以上を整理すると、斜方投射の学習において働かせる「見方・考え方」は、「平面内の運動の表し方」で述べた、2つの量的な変数を座標平面で可視化して関係性を捉えられそうか（散布図、グラフなど）、「座標平面で分解したベクトルの量的な関係を、三角比でどのように捉えられそうか」や「時間的・空間的な関係」の「見方・考え方」の「事物・現象は時間とともにどのように変化しているか」、「事物・現象はどのような空間的、幾何学的な関係として捉えられそうか」、「時間的・空間的に変化する事物・現象は、2次元の座標平面でどのように捉えられそうか」等になる。これらを中学校の時から段階を踏んで育むことで、高等学校物理の高度な見方・考え方につながることになる。

以上、高等学校物理の平面内の運動を取り上げ、その学習の過程においてどのような「見方・考え方」を働かせられるかについて検討した。その結果、前段階の基礎的な力学の学習も含めると、「2つの量的な関係を比の値や割合で捉える」、「2つの量的な関係を座標平面で可視化する」、「2つの量的な関係を幾何学的な図形で可視化する」、「座標平面で分解したベクトルの成分の大きさを、三角関数で捉える」の4つを挙げることができた。

これまで述べてきたように、理科ワーキンググループが例示した「理科の見

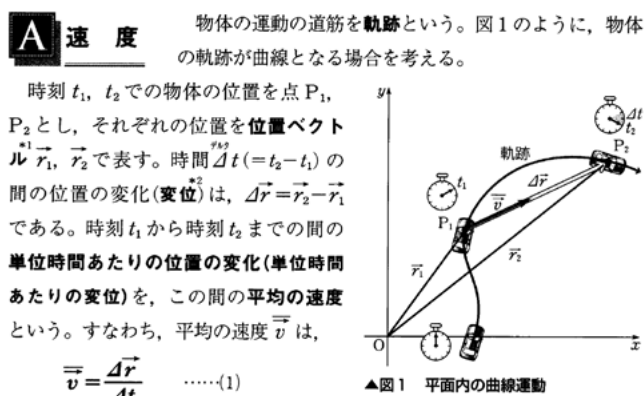


図8 位置ベクトルで平面内の曲線運動を示した高等学校物理の教科書の図（物理，啓林館，2012）

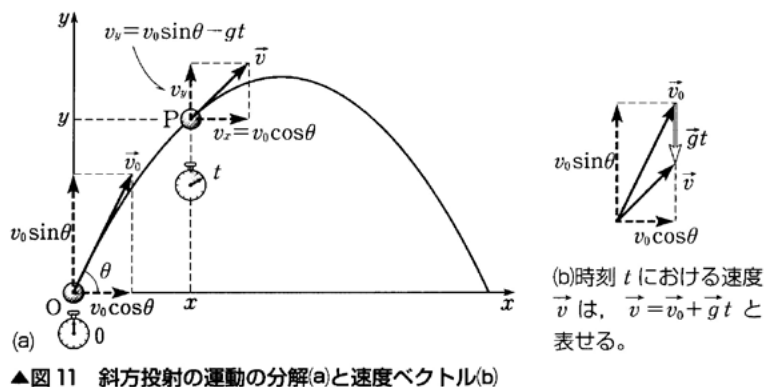


図9 斜方投射の運動の分解と速度ベクトルを示した高等学校物理の教科書の図（物理，啓林館，2012）

方・考え方」の下位に設定した、2つの「量」の関係に関する学習において働く「見方・考え方」（表2）は、高等学校物理の力学の学習においても働かせることができることを示した。高等学校物理の力学の学習においても、中学校理科のエネルギー領域の学習で働かせた「関数的な見方・考え方」を一貫して働かせられるよう指導することで、中学校教育の学習の成果が高等学校教育に円滑に接続されるとともに、計画的かつ継続的な教育課程の編成と授業の改善が期待できる。

8 おわりに

本報では、まず、中央教育審議会の理科ワーキンググループが「理科の見方・考え方」の例として示した、「質的・量的な関係」、「時間的・空間的な関係」、「原因と結果」、「部分と全体」、「多様性、共通性」、「定性と定量」、「比較、関係付け」の7つのそれぞれを上位として、その下位に探究の過程や学習内容に応じて働かせられる、より細かい視点や考え方を設定して、「理科の見方・考え方」を二層構造で示した。次に、下位に設定した「見方・考え方」の中から「量」に関する「見方・考え方」を抽出し、それらを片桐重男が提案する「数学的な考え方」と関連付けて検討し、数学と理科の学習を教科等横断的な視点で捉える際の要として、「関数的な見方・考え方」を位置付けられることを示した。さらに、中学校理科の密度、質量パーセント濃度、フックの法則、オームの法則等の学習において、数学と共有できる「関数的な見方・考え方」を働かせることで、教科等横断的な学習を行えることや、高等学校数学の微分や物理の力学の学習においても「関数的な見方・考え方」を働かせられることを示した。

今後の課題は、2つの量を「関数的な見方・考え方」で捉える学習を、理科と数学の教科等横断的な学習として教育課程に位置付け、その学習効果について実践を通して検証することである。

附記

本研究の一部は、JSPS科研費19K20976の助成を受けて行われた研究成果に基づいている。

引用文献

- (1) 文部科学省（2012）「平成24年度全国学力学習状況調査【中学校】報告書」p.12.
- (2) 前掲(1), p.20.
- (3) 文部科学省（2018）「中学校学習指導要領（平成29年告示）解説総則編」東山書房, pp.3-5.
- (4) 前掲(3), p.4.
- (5) http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/060/siryo/_icsFiles/afieldfile/2016/06/22/1372253_1_2.pdf
- (6) 片桐重男（2004）『数学的な考え方の具体と指導－算数・数学科の真の学力向上を目指して－』明治図書, pp.38-39.
- (7) 中央教育審議会（2007）「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」
- (8) 奈須正裕（2017）『中教審答申解説2017「社会に開かれた教育課程」で育む資質・能力』ぎょうせい, pp.30-33.
- (9) 前掲(7), p.32.
- (10) 前掲(5)
- (11) 前掲(7), p.146.
- (12) 文部科学省（2017）「中学校学習指導要領（平成29年告示）」p.78.
- (13) 文部科学省（2008）「中学校学習指導要領」p.57, 東山書房.
- (14) 文部科学省（2018）「中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編」日本文教出版, p.21.
- (15) 文部科学省（2018）「中学校学習指導要領（平成29年告示）解説理科編」学校図書, p.12.
- (16) 文部科学省（2018）「小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編」日本文教出版, pp.9-10.
- (17) 前掲(16), p.41.
- (18) 前掲(16), p.48.
- (19) 前掲(16), p.52.
- (20) 前掲(16), p.50.
- (21) 小林辰至・永益泰彦（2006）社会的ニーズとしての科学的素養のある小学校教員養成のための課題と展望－小学校教員志望学生の子どもの頃の理科学習に関する実態に基づく仮説設定のための指導法の開発と評価－, 科学教育研究, 30(3), pp.185-193.
- (22) 前掲(6)

- (23) 文部省 (1978) 「小学校指導書算数編」大阪書籍, p.35.
- (24) 中島健三 (2015) 『復刻版 算数・数学教育と数学的な考え方ーその進展のための考察ー』東洋館出版社, p.179.
- (25) 長崎栄三 (2007) 『数学的な考え方の再考』長崎栄三・滝井章編著, 『算数の力ー数学的な考え方を乗り越えてー』東洋館出版社, pp.166-183.
- (26) 小倉金之助 (1973) 『数学教育の根本問題』勁草書房, p.291.
- (27) 中島健三 (1981) 『算数・数学教育と数学的な考え方ーその進展のための考察』金子書房.
- (28) 國本景亀 (1990) 『関数的見方・考え方』岩合一男編, 『算数・数学教育学』福村出版, pp.104-114.
- (29) 前掲(1), pp.12-13.
- (30) 前掲(1), p.20.
- (31) 銀林浩 (1957) 『量の世界・構造主義的分析』むぎ書房, p.101.
- (32) 遠山啓 (1966) 『関数の指導 中学校編』明治図書, pp.24-25.
- (33) 平野顕一 (1994) 『日本大百科全書12』小学館, pp.42-43.
- (34) 文部科学省 (2008) 「中学校学習指導要領解説理科編 (平成20年9月)」大日本図書, p.30.
- (35) 岡村定矩・藤嶋昭 (2012) 「新しい科学 1年」東京書籍, p.72.
- (36) 前掲(34), p.31.
- (37) 前掲(35), p.100.
- (38) 前掲(34), p.27.
- (39) 前掲(35), pp.165-166.
- (40) 前掲(34), p.26.
- (41) 前掲(35), p.170.
- (42) 前掲(34), p.35.
- (43) 岡村定矩・藤嶋昭 (2012) 「新しい科学 2年」東京書籍, pp.152-154.
- (44) 前掲(34), p.80.
- (45) 前掲(43), pp.226-228.
- (46) 前掲(34), p.43.
- (47) 前掲(43), pp.52-55.
- (48) 前掲(34), p.46.
- (49) 岡村定矩・藤嶋昭 (2012) 「新しい科学 3年」東京書籍, pp.96-103.
- (50) 前掲(34), p.48.
- (51) 前掲(49), pp.130-132.
- (52) 前掲(34), p.47.
- (53) 前掲(49), pp.122-133.
- (54) 前掲(14), p.50.
- (55) 銀林浩 (1985) 「わかる数学指導法事典」明治図書, p.172.
- (56) 前掲(16), pp.65-66.
- (57) 前掲(14), p.50.
- (58) 前掲(14), p.51.
- (59) 前掲(3), p.11.
- (60) 前掲(34), p.30.
- (61) 前掲(35)
- (62) 長瀬美帆 (2003) 密度概念の質的理解の発達ー均等分布理解と関係概念の定性的理解からの検討ー, 教育心理学研究, 51(3), pp.261-272.
- (63) 麻柄啓一 (1992) 内包量概念に関する児童の本質的なつまずきとその修正, 教育心理学研究, 40(1), pp.20-28.
- (64) 布施川博美・麻柄啓一 (1989) 児童の速さ概念に関する教授心理学的研究, 千葉大学教育学部研究紀要, 37(1), pp.55-66.
- (65) 前掲(63)
- (66) 斎藤裕 (2009) 大学生の「物質の密度」理解度調査とそれに基づくその学習支援の方向性, 新潟県立新潟女子短期大学研究紀要, 46, pp.1-10.
- (67) 前掲(3), p.5.
- (68) 前掲(3), p.40.
- (69) 高木堅志郎・植松恒夫 (2012) 「物理」啓林館.

A Study on the Improvement of Science Class Using “Functional Viewpoints and Ways of Thinking” : From Cross-Curricular Perspective of Mathematics and Science

Takayuki YAMADA* · Yoshihiko INADA** · Masakazu OKAZAKI** · Tatsushi KOBAYASHI***

ABSTRACT

The report of the national survey on academic ability in 2012 [lower secondary school] showed that there is a problem in understanding “relation of quantity” in both mathematics and science. On the other hand, in the course of study in 2017, it was required to realize deep learning and to making full use of cross-curriculum learning by exercising “viewpoints and ways of thinking” specific to the subjects. In order to conduct mathematics and science classes that meet this demand in education, I think that it is necessary to clarify “viewpoints and ways of thinking” that the two subjects have in common.

Therefore, first, in order to make it possible to have pupils work on learning by making “viewpoints and ways of thinking” work easily, we set more detailed viewpoints and ways of thinking and showed “scientific viewpoints and ways of thinking” in a two-tiered structure, based on “scientific viewpoints and ways of thinking” exemplified in the science working group of the Central Education Council according to the process of inquiry and the contents of learning in the lower order. Next, after extracting “viewpoints and ways of thinking” on the relationship between the two quantities from them, examine the consistency with “mathematical thinking” proposed by Shigeo Katagiri, and we set “functional viewpoints and ways of thinking” as “viewpoints and ways of thinking” that mathematics and science can be shared. Furthermore, learning such as density, mass percentage concentration, Hooke’s law, Ohm’s law, etc. in lower secondary school science can be done as cross-curriculum learning by using “functional viewpoints and ways of thinking” shared with mathematics, and we also mentioned that “functional viewpoints and ways of thinking” can be applied to the differentiation of high school mathematics and the mechanics of physics.

* Natural and Living Science ** Okayama University Graduate School of Education *** Okayama University of Science